SPE PT	QCM sur le calcul différentiel	2024/2025

Cocher la/les case(s) correspondant à la/aux bonne(s) réponse(s). N'imprimer que la première page si nécessaire.

On considère les parties de $\mathbb{R}^2$: $\mathscr{B}(0,1) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \quad x^2+y^2<1\}$ et $\mathscr{B}_f(0,1) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \quad x^2+y^2 \leqslant 1\}$.

1) Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie sur $\mathscr{B}(0,1)$.

a Si $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ existent, alors f est continue en $(0,0)$;

b si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}(0,1) \setminus \{(0,0\}$, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ existent ;

c si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}_f(0,1)$, et que $f(0,0) = \nabla f(0,0) = 0$, alors $f(x,y) = o_{(0,0)}\left(x^2+y^2\right)$. réponse

---

2) Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

a Si f est continue sur $\mathscr{B}_f(0,1)$, alors f admet un maximum et un minimum sur $\mathscr{B}_f(0,1)$;

b si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}_f(0,1)$, alors f admet un point critique sur $\mathscr{B}_f(0,1)$;

c si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}(0,1)$, alors tout extremum de f est un point critique ;

d si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}_f(0,1)$, alors tout point critique est un extremum. réponse

---

3) Soit $f : (x,y) \in (\mathbb{R}_+)^2 \mapsto y^x \in \mathbb{R}$

a f est prolongeable par continuité sur $[0;1]^2$;

b $f(x,\cdot) : y \mapsto f(x,y)$ est prolongeable par continuité sur $[0;1]$ pour tout $x \in [0;1]$;

c $f(\cdot,y) : x \mapsto f(x,y)$ est prolongeable par continuité sur $[0;1]$ pour tout $y \in [0;1]$. réponse

---

4) Soit f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$, définie par $f(x,y) = \dfrac{|x|+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ si $(x,y) \neq (0,0)$ et $f(0,0) = 0$.

a f est continue en $(0,0)$; b f est $\mathscr{C}^1$ en $(0,0)$; c $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ existe ; d $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ existe. réponse

---

5) La règle de la chaîne énonce que, dans le changement en polaires :

a Après une erreur dans un calcul, tout ce qui suit l'erreur est faux ;

b $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial r}\dfrac{\partial r}{\partial x}$; c $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial r}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial f}{\partial \theta}\dfrac{\partial x}{\partial \theta}$; d $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial r}\dfrac{\partial r}{\partial x} + \dfrac{\partial f}{\partial \theta}\dfrac{\partial \theta}{\partial x}$. réponse

---

6) Dans le changement en polaires :

a $r\dfrac{\partial f}{\partial r} = x\dfrac{\partial f}{\partial x} + y\dfrac{\partial f}{\partial y}$; b $\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial f}{\partial r} = \dfrac{1}{x}\dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{1}{y}\dfrac{\partial f}{\partial y}$; c $\dfrac{\partial f}{\partial \theta} = -y\dfrac{\partial f}{\partial x} + x\dfrac{\partial f}{\partial y}$. réponse

---

7) Soit f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ de classe $\mathscr{C}^2$ dans $\mathbb{R}^2$

a $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \Longrightarrow f = cte$;

b $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$ si $f(x,y) = G(x^2+y^2)$, $G \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$;

c $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$ si $f(x,y) = G(x+iy)$, où $i^2 = -1$ et $G \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$;

d $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$ si $f(x,y) = G(x-y)$, $G \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$. réponse

---

8) si $(x,y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$

a $\dfrac{\partial \theta}{\partial x} = \left(\dfrac{\partial x}{\partial \theta}\right)^{-1}$; b on ne peut pas calculer $\dfrac{\partial \theta}{\partial x}$;

c on peut calculer $\dfrac{\partial \theta}{\partial x}$ en résolvant un système 2×2 ; d $x\dfrac{\partial x}{\partial \theta} + y\dfrac{\partial y}{\partial \theta} = 0$. réponse

1) *Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie sur $\mathscr{B}(0,1)$.*

$\boxed{\cancel{a}}$ *Si $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ existent, alors f est continue en $(0,0)$;*

$\boxed{\cancel{b}}$ *si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}(0,1) \setminus \{(0,0\}$, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ existent;*

$\boxed{c}$ *si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}_f(0,1)$, et que $\nabla f(0,0) = 0$, alors $f(x,y) = o_{(0,0)}\left(x^2 + y^2\right)$.*

. . . .

Réponse juste : $\boxed{\mathbf{c}}$.

En prenant $f(x,y) = y^x$ sur $[0,1]^2 \setminus (0,0)$, $f(0,y) = 0^y = 0$ donc $f(0,\cdot) = 0$ et par dérivation $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$; de même $f(x,0) = x^0 = 1$ donc $f(\cdot,0) = 1$ et par dérivation $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.

Cependant, $\lim\limits_{x\to 0} f(\cdot,0) = 1 \neq 0 = \lim\limits_{y\to 0} f(0,\cdot)$ donc f n'est pas prolongeable par continuité en $(0,0)$.

$\boxed{\mathbf{a}}$ **est faux**. $(x,y) \mapsto \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *est un autre contre-exemple.*

$(x,y) \mapsto \dfrac{1}{x^2+y^2}$ est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}(0,1) \setminus \{(0,0\}$, mais ni $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ ni $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ n'existent : $\boxed{\mathbf{b}}$ **est faux**.

La formule de Taylor à l'ordre 1 permet d'affirmer que $\boxed{\mathbf{c}}$ **est vrai**.

retour au QCM

2) *Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.*

$\boxed{a}$ *Si f est continue sur $\mathscr{B}_f(0,1)$, alors f admet un maximum et un minimum sur $\mathscr{B}_f(0,1)$;*

$\boxed{\cancel{b}}$ *si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}_f(0,1)$, alors f admet un point critique sur $\mathscr{B}_f(0,1)$;*

$\boxed{c}$ *si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}(0,1)$, alors tout extremum de f est un point critique ;*

$\boxed{\cancel{d}}$ *si f est $\mathscr{C}^1$ sur $\mathscr{B}_f(0,1)$, alors tout point critique est un extremum.*

. . . .

Réponses justes : $\boxed{\mathbf{a}}$, $\boxed{\mathbf{c}}$.

Le théorème des valeurs extrêmes précise que puisque f est continue sur le fermé borné $\mathscr{B}_f(0,1)$, elle est bornée et atteint ses bornes sur cet ensemble : $\boxed{\mathbf{a}}$ **est vrai**.

Avec $f : x \mapsto 3x + 2y$, $\nabla f = (3,2)$, donc f n'admet pas de point critique sur $\mathscr{B}_f(0,1)$ (elle est pourtant $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$). $\boxed{\mathbf{b}}$ **est faux**.

Le cours confirme que, pour une fonction $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert, tout extremum de f est un point critique. $\boxed{\mathbf{c}}$ **est vrai**.

Certains points critiques sont des points-cols, et non des extremums. $\boxed{\mathbf{d}}$ **est faux**. retour au QCM

3) *Soit* $f : (x, y) \in (\mathbb{R}_+)^2 \mapsto y^x \in \mathbb{R}$

$\boxed{\cancel{a}}$ *f est prolongeable par continuité sur* $[0;1]^2$ *;*

$\boxed{b}$ $f(x, \cdot) : y \mapsto f(x, y)$ *est prolongeable par continuité sur* $[0;1]$ *pour tout* $x \in [0;1]$ *;*

$\boxed{c}$ $f(\cdot, y) : x \mapsto f(x, y)$ *est prolongeable par continuité sur* $[0;1]$ *pour tout* $y \in [0;1]$.

....

Réponses justes : $\boxed{\mathbf{b}}$ **et** $\boxed{\mathbf{c}}$.

En prenant $f(x, y) = y^x$ sur $[0,1]^2 \setminus (0,0)$, $\lim\limits_{x \to 0} f(\cdot, 0) = 1 \neq 0 = \lim\limits_{y \to 0} f(0, \cdot)$ donc f n'est pas prolongeable par continuité en $(0,0)$. $\boxed{\mathbf{a}}$ **est faux**.

En revanche, $f(0, \cdot) : y \mapsto 1$ est prolongeable en 0, ainsi que $f(x, \cdot) : y \mapsto y^x$ si $x > 0$: $\boxed{\mathbf{b}}$ **est vrai**.

En revanche, $f(\cdot, 0) : x \mapsto 0$ est prolongeable en 0, ainsi que $f(\cdot, y) : x \mapsto y^x$ si $x > 0$: $\boxed{\mathbf{c}}$ **est vrai**. retour au QCM

4) *Soit f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$, définie par $f(x,y) = \dfrac{|x|+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ si $(x,y) \neq (0,0)$ et $f(0,0) = 0$.*

$\boxed{\cancel{a}}$ *f est continue en $(0,0)$;* $\boxed{\cancel{b}}$ *f est $\mathscr{C}^1$ en $(0,0)$;* $\boxed{c}$ *$\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ existe;* $\boxed{\cancel{d}}$ *$\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ existe.*

. . . .

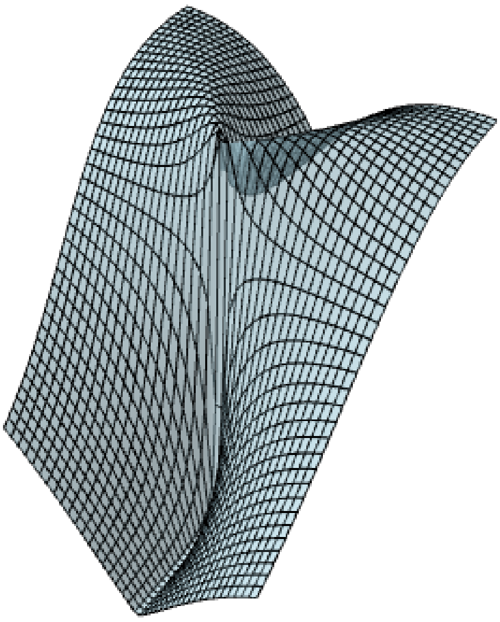
Réponse juste : $\boxed{\mathbf{c}}$.

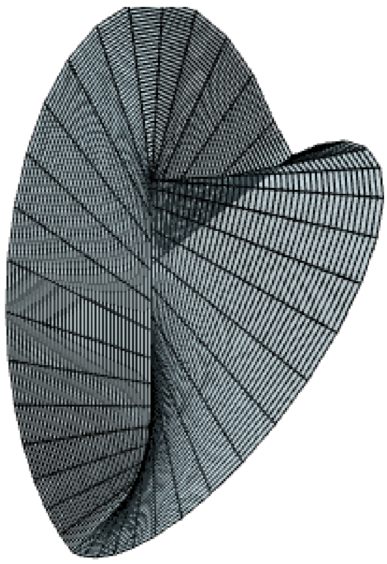
En posant $(x,y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$ $(r > 0)$, $f(x,y) = \dfrac{r(|\cos\theta| + r\sin\theta}{r} = |\cos\theta| + \sin\theta$. Alors, en prenant $\theta = cte = 0$, $\lim\limits_{r\to 0} f(x,y) = \lim\limits_{x\to 0_+} f(x,0) = 1$; avec $\theta = cte = \dfrac{\pi}{4}$, $\lim\limits_{r\to 0} f(x,y) = \lim\limits_{x\to 0_+} f(x,x) = \sqrt{2}$.

f n'est pas continue en $(0,0)$, et encore moins $\mathscr{C}^1$ en ce point. $\boxed{\mathbf{a}}$ et $\boxed{\mathbf{b}}$ sont faux.

$f(\cdot,0) : x \mapsto f(x,0) = \dfrac{|x|}{|x|} = 1$ est prolongeable par continuité et dérivable en $x = 0$. $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ existe : $\boxed{\mathbf{c}}$ est vrai.

$f(0,\cdot) : y \mapsto f(0,y) = \dfrac{y}{|y|} = \text{signe}(y)$ n'est ni prolongeable par continuité ni dérivable en $x = 0$. $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ n'existe pas. $\boxed{\mathbf{d}}$ est faux.





retour au QCM

5) *La règle de la chaîne énonce que, dans le changement en polaires :*

$\boxed{\cancel{a}}$ *Après une erreur dans un calcul, tout ce qui suit est faux ;*

$\boxed{\cancel{b}}$ $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial r}\dfrac{\partial r}{\partial x}$; $\boxed{\cancel{c}}$ $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial r}\dfrac{\partial x}{\partial r} + \dfrac{\partial f}{\partial \theta}\dfrac{\partial x}{\partial \theta}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial r}\dfrac{\partial r}{\partial x} + \dfrac{\partial f}{\partial \theta}\dfrac{\partial \theta}{\partial x}$.

. . . .

Réponse juste : $\boxed{\mathbf{c}}$.

$\boxed{a}$ ne s'appelle pas règle de la chaîne, et est faux ; par exemple, $1 = 2$ implique $2 = 1$ puis $1 + 2 = 2 + 1$.

La vraie règle de la chaîne appliquée au changement en polaires $(x, y) \to (r, \theta)$ donne $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial \boxed{r}}\dfrac{\partial \boxed{r}}{\partial x} + \dfrac{\partial f}{\partial \boxed{\theta}}\dfrac{\partial \boxed{\theta}}{\partial x}$; ainsi $\boxed{\mathbf{d}}$ est vrai, et les vilaines imitations $\boxed{\mathbf{b}}$ et $\boxed{\mathbf{c}}$ sont fausses. retour au QCM

6) *Dans le changement en polaires :*

$\boxed{a}$ $r\dfrac{\partial f}{\partial r} = x\dfrac{\partial f}{\partial x} + y\dfrac{\partial f}{\partial y}$; $\boxed{\cancel{b}}$ $\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial f}{\partial r} = \dfrac{1}{x}\dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{1}{y}\dfrac{\partial f}{\partial y}$; $\boxed{\cancel{c}}$ $r\dfrac{\partial f}{\partial \theta} = -y\dfrac{\partial f}{\partial x} + x\dfrac{\partial f}{\partial y}$.

. . . .

Réponse juste : $\boxed{\mathbf{a}}$.

D'après la règle de la chaîne :

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = \cos\theta\frac{\partial f}{\partial x} + \sin\theta\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x}{r}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{y}{r}\frac{\partial f}{\partial y}.$$

En multipliant par r, on obtient que $\boxed{\mathbf{a}}$ est vrai et $\boxed{\mathbf{b}}$ est faux.

En considérant que f est homogène à une masse, par exemple, x,y et r à des longueurs, et θ sans unité, on obtient que $r\dfrac{\partial f}{\partial \theta}$ est en [kg.m], alors que $-y\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $x\dfrac{\partial f}{\partial y}$ sont en [kg]. $\boxed{\mathbf{c}}$ est non homogène, donc faux. retour au QCM

7) *Soit f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ de classe $\mathscr{C}^2$ dans $\mathbb{R}^2$*

$\boxed{\cancel{a}}$ $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0 \Longrightarrow f = cte$;

$\boxed{\cancel{b}}$ $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$ *si* $f(x,y)=G(x^2+y^2)$, $G\in\mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$;

$\boxed{\cancel{c}}$ $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$ *si* $f(x,y)=G(x+iy)$ *où* $i^2=-1$ *et* $G\in\mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$;

$\boxed{d}$ $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$ *si* $f(x,y)=G(x-y)$, $G\in\mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$.

. . . .

Réponse juste : $\boxed{\mathbf{d}}$.

Si on croit que $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2$ et $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2$ (erreur manifeste), on peut penser que $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0 \Longrightarrow \nabla f=0$.

Mais il existe bien d'autres fonctions harmoniques, par exemple x^2-y^2... $\boxed{\cancel{a}}$ est faux.

Si $f(x,y)=G(x^2+y^2)$, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}=2xG'(x^2+y^2)$ et $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=2G'(x^2+y^2)+4x^2G''(x^2+y^2)$, et de même $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=$ $2G'(x^2+y^2)+4y^2G''(x^2+y^2)$. Alors $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=4G'(x^2+y^2)+4(x^2+y^2)G''(x^2+y^2)=4G'(r)+r^2G''(r)$, qui ne s'annule évidemment pas pour toutes de fonctions G. $\boxed{\cancel{b}}$ est faux.

Si G est une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, $G(x+iy)$ n'a évidemment pas de sens. En dérivant « formellement », l'implication est juste, mais que signifie dériver une fonction d'une variable complexe ? $\boxed{\cancel{c}}$ est faux.

Si $f(x,y)=G(x-y)$, alors $\dfrac{\partial f}{\partial x}=G'(x-y)$ et $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=G''(x-y)$, et de même $\dfrac{\partial f}{\partial y}=-G'(x-y)$ et $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=G''(x-y)$. Alors $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$, ce qui a un lien avec l'équation de propagation des ondes... $\boxed{\mathbf{d}}$ est vrai. retour au QCM

8) *si* $(x,y)=(r\cos\theta, r\sin\theta)$

$\boxed{\cancel{a}}$ $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}=\left(\dfrac{\partial x}{\partial\theta}\right)^{-1}$; $\boxed{\cancel{b}}$ *on ne peut pas calculer* $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}$;

$\boxed{c}$ *on peut calculer* $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}$ *en résolvant un système* 2×2 ; $\boxed{d}$ $x\dfrac{\partial x}{\partial\theta}+y\dfrac{\partial y}{\partial\theta}=0$.

. . . .

Réponses justes : $\boxed{\mathrm{c}}$ **et** $\boxed{\mathrm{d}}$.

La règle de la chaîne amène

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f}{\partial r}=\dfrac{\partial f}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial r}+\dfrac{\partial f}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial r}=\cos\theta\dfrac{\partial f}{\partial x}+\sin\theta\dfrac{\partial f}{\partial y} & (1)\\ \dfrac{\partial f}{\partial\theta}=\dfrac{\partial f}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial\theta}+\dfrac{\partial f}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial\theta}=-r\sin\theta\dfrac{\partial f}{\partial x}+r\cos\theta\dfrac{\partial f}{\partial y} & (2)\end{cases},\qquad\text{soit}$$

$\cos\theta(1)-\dfrac{\sin\theta}{r}(2):\dfrac{\partial f}{\partial x}=\cos\theta\dfrac{\partial f}{\partial r}-\dfrac{\sin\theta}{r}\dfrac{\partial f}{\partial\theta}$, et $\sin\theta(1)+\dfrac{\cos\theta}{r}(2):\dfrac{\partial f}{\partial y}=\sin\theta\dfrac{\partial f}{\partial r}+\dfrac{\cos\theta}{r}\dfrac{\partial f}{\partial\theta}$.

Par identification avec $\begin{cases}\dfrac{\partial f}{\partial x}=\dfrac{\partial f}{\partial r}\dfrac{\partial r}{\partial x}+\dfrac{\partial f}{\partial\theta}\dfrac{\partial\theta}{\partial x}\\ \dfrac{\partial f}{\partial y}=\dfrac{\partial f}{\partial r}\dfrac{\partial r}{\partial y}+\dfrac{\partial f}{\partial\theta}\dfrac{\partial\theta}{\partial y}\end{cases}$, on trouve $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}=-\dfrac{\sin\theta}{r}$ et $\dfrac{\partial\theta}{\partial y}=\dfrac{\cos\theta}{r}$.

On peut donc calculer $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}$ en résolvant un système 2×2 : $\boxed{\mathrm{c}}$ est vrai et $\boxed{\mathrm{b}}$ est faux (même si le calcul de θ en fonction de x et y est assez ardu).

Contrairement à la notation de Leibniz pour les dérivées totales : $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y}=\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^{-1}$, $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}=\left(\dfrac{\partial x}{\partial\theta}\right)^{-1}$ est faux puisque $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}=-\dfrac{\sin\theta}{r}\neq\dfrac{-1}{r\sin\theta}=\left(\dfrac{\partial x}{\partial\theta}\right)^{-1}$: $\boxed{\mathrm{a}}$ **est faux.**

Comme $\dfrac{\partial r^2}{\partial\theta}=0$, et que $r^2=x^2+y^2$, on trouve $2\left(x\dfrac{\partial x}{\partial\theta}+y\dfrac{\partial y}{\partial\theta}\right)=0$. $\boxed{\mathrm{d}}$ est vrai.

retour au QCM